



Vybrané kapitoly z kryptografie

(Vzdelávanie pre zamestnancov verejnej správy v kategórii
používateľov „IT manažér“, „informatik“, „zamestnanec v
kybernetickej bezpečnosti“ – modul č. 2)

Meno a priezvisko

XX.XX.XXXX



KC KB UPJŠ

<https://cyberawareness.sk/>

The screenshot shows the homepage of the KC KB UPJŠ website. At the top, there are logos for KCKB UPJS and CSIRT UPJS. The navigation menu includes 'O projekte', 'Aktivity', 'Vzdelávanie', and 'Informácia o konaní vzdelávacích aktivít', along with a language selector for 'EN' and a search icon. The main banner features a glowing shield and padlock icon on the left and the text 'Vitajte na oficiálnom webovom sídle KC KB na UPJŠ' on the right. Below the banner, there are logos for the European Union (Financované Európskou úniou NextGenerationEU), the 'PLÁN [OBNOVY]' (Recovery Plan), and the Ministry of Investment, Regional Development and Information Technology of the Slovak Republic. At the bottom, there are four blue buttons with icons and text: 'Expertná činnosť' (Expertise), 'Výskum' (Research), 'Vzdelávanie' (Education), and 'Spolupráca' (Cooperation).



Vzdelávacia aktivita (I.)

- Časový harmonogram
 - 08:30 – 10:00 – 1. blok
 - 10:00 – 11:30 – 2. blok
 - 11:30 – 12:30 – obedňajšia prestávka
 - 12:30 – 14:00 – 3. blok
 - 14:00 – 15:30 – 4. blok



PLÁN [OBNOVY]



Vzdelávacia aktivita (II.)

Číslo modulu	Názov modulu	Časová dotácia (45 min.)	Forma stretnutia
Modul č. 1	Úvod do KIB a riadenie KIB	8	Online / Prezenčne
Modul č. 2	Vybrané kapitoly z kryptografie	8	Prezenčne
Modul č. 3	Vybrané kapitoly zo sieťovej bezpečnosti	16	Prezenčne
Modul č. 4	Reaktívne a proaktívne činnosti	8	Prezenčne
Modul č. 5	Reaktívne činnosti – komunikácia	6	Prezenčne
Modul č. 6	Vybrané kapitoly z práva informačných a komunikačných technológií I.	8	Online / Prezenčne
Modul č. 7	Vybrané kapitoly z práva informačných a komunikačných technológií II.	8	Online / Prezenčne

- grécky *kryptós* (κρυπτός) = ukrytý
- *-logia* (-λογία) = štúdium
- *-graphein* (-γράφειν) = písanie
- **kryptografia** – štúdium algoritmov (protokolov) pre bezpečnú komunikáciu
- **kryptoanalýza** – vyhľadávanie bezpečnostných slabín v algoritmoch (protokoloch) a možností ich využitia pri získavaní utajených informácií
- **steganografia** - ukrývanie správy v texte/obrázku

Úvod do kryptografie a klasické šifry



Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]



MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY



Využitie kryptografie

- utajenie prenosu informácie (dôvernosc komunikácie)
- zabezpečenie proti zmenám pri prenose (integrita správ)
- zabezpečenie proti výmene a podhodeniu nepravých správ (pôvodnosť správ)
- zabezpečenie proti maskovaniu sa odosielateľa za iného (nepopierateľnosť pôvodcu správy)
- obmedzenie zahltenia informačného zdroja (dostupnosť správ)
- iné nástroje na dosiahnutie komunikačnej bezpečnosti ...



PLÁN [OBNOVY]





Kódovanie

- kto pozná kód (algoritmus kódovania), ten vie správu prečítať
- KRYPTOGRAFIA NA UPJS JE SUPER!
- 4b525950544f475241464941204e412055504a53204a4520535550455221 - ASCII kódovanie
- UPJS的密碼學是偉大的！
- التشفير على أوبس هو عظيم!
- クリプトグラフィア・ナー・アップジズ・
- ジー・スーパー



PLÁN [OBNOVY]





Kódové knihy

Mária Stuartová –
správy šifrované kódom
(nomenklátorom)

a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	x	y	z
o	†	λ	#	α	□	θ	∞	ι	ō	η		φ	∇	∫	∩	f	Δ	ε	c	7	8	9

Nulles ff.—.—.d. Dowbleth σ

and	for	with	that	if	but	where	as	of	the	from	by
2	3	4	4	4	3	∫	η	∩	∩	∩	∩

so	not	when	there	this	in	wich	is	what	say	me	my	wyrt
∫	X	++	∫	∩	x	∩	∩	∩	∩	∩	∩	d

send	lře	receave	bearer	I	pray	you	Mte	your	name	myne
∫	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩

https://www.simonsingh.net/The_Black_Chamber/z_cipherimages/maryqueenimage.gif





Steganografia

MKJEDKKJFMERMFJEDYJEPSEPFKSTTTJKSTOFWSAS
GMLKOPRJEDTSAMLKPOFYTDHFIJEQWIAMLDKENM
LPQOADRTYLUDLPORPAQWLMJMLDKTSLKDPTJLKD
PTELKDTSSDPEOTULDKTAPDRLGHETRSLRSELTM



PLÁN [OBNOVY]



Steganografia

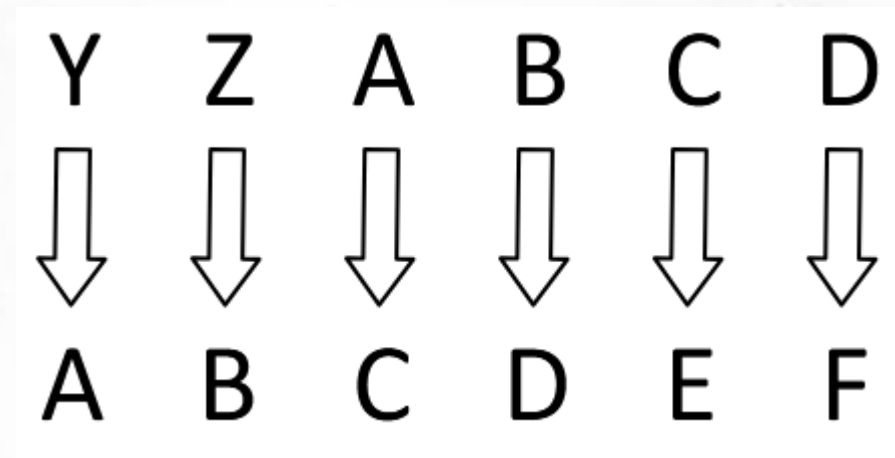
- MKJEDKKJFMERMJEDYJEPSEPFJKSTTJFKSTOFWSAS
GMLKOPRJEDTSAMKPOFYTDHFIEQWIAMLDKENM
LPQOADRXYLU DLPORPAQWLMJMLDKTSLKDPTJLKD
PTELKDTSSDPEOTULDKTAPDRLGHE TRSALRSELT M
- MKJED K KJFME R MFJED Y JEPSE P JFKST T JFKST O
FWSAS G MLKOP R JEDTS A MLKPO F YTDHF I
JEQWI A MLDKE N MLPQO A DRXYL U DLPOR P
AQWLM J MLDKT S LKDPT J LKDPT E LKDT S DPEOT
U LDKTA P DRLGH E TRSAL R SELTM



Posuvná šifra

abecedný posun o k znakov abecedy

- k je tajomstvo medzi odosielateľom a prijímateľom správy
- 25 možných posunov v anglickej abecede





Kryptoanalýza

H	O	V	M	Q	L	D	O	X	C	F	X		K	X		R	M	G	P		G	B		P	R	M	B	O	!
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	--	---	---	---	---	--	---	---	--	---	---	---	---	---	---





Kryptoanalýza

H	O	V	M	Q	L	D	O	X	C	F	X		K	X		R	M	G	P		G	B		P	R	M	B	O	!
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	--	---	---	---	---	--	---	---	--	---	---	---	---	---	---

								A		A		A																			!
--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	---	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---



Kryptoanalýza

H O V M Q L D O X C F X K X R M G P G B P R M B O !

I P W N R M E P Y D G Y L Y S N H Q H C Q S N C P !

J Q X O S N F Q Z E H Z M Z T O I R I D R T O D Q !

K R Y P T O G R A F I A N A U P J S J E S U P E R !





Afinný kryptosystém

Písmená nahradíme číslami $\{0, 1, \dots, 25\}$

- kľúč $K = \{ (a, b) \mid a \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25\}, b \in \{0, 1, \dots, 25\} \}$
- šifrovanie $e(x) = (ax + b) \bmod 26$
- dešifrovanie $d(y) = a' y - b \bmod 26$
kde a' je inverzný prvok k a teda $a' \cdot a \bmod 26 = 1$
to existuje práve vtedy, keď $\text{nsd}(a, 26) = 1$
- $26 \times 26 \times 12 = 312$ možností



Monoalfabetická substitúcia

- tajomstvom je zvolená permutácia abecedy
- permutácií je $26! = 403\,291\,461\,126\,605\,635\,584\,000\,000$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	P	J	O	C	N	X	A	M	Z	Y	G	S	E	W	T	B	I	R	V	L	F	Q	H	U	K

K	R	Y	P	T	O	G	R	A	F	I	A		N	A		U	P	J	S		J	E		S	U	P	E	R	!
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓		↓	↓		↓	↓	↓	↓		↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓
Y	I	U	T	V	W	X	I	D	N	M	D		E	D		L	T	Z	R		Z	C		R	L	T	C	I	!





Monoalfabetická substitúcia

Ako si zapamätať kľúč ?

VELMIUTAJNYKCBDFGHOPQRSWXZ
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ



PLÁN [OBNOVY]





Monoalfabetická substitúcia

Možnosti kryptoanalýzy monoalfabetickej substitúcie

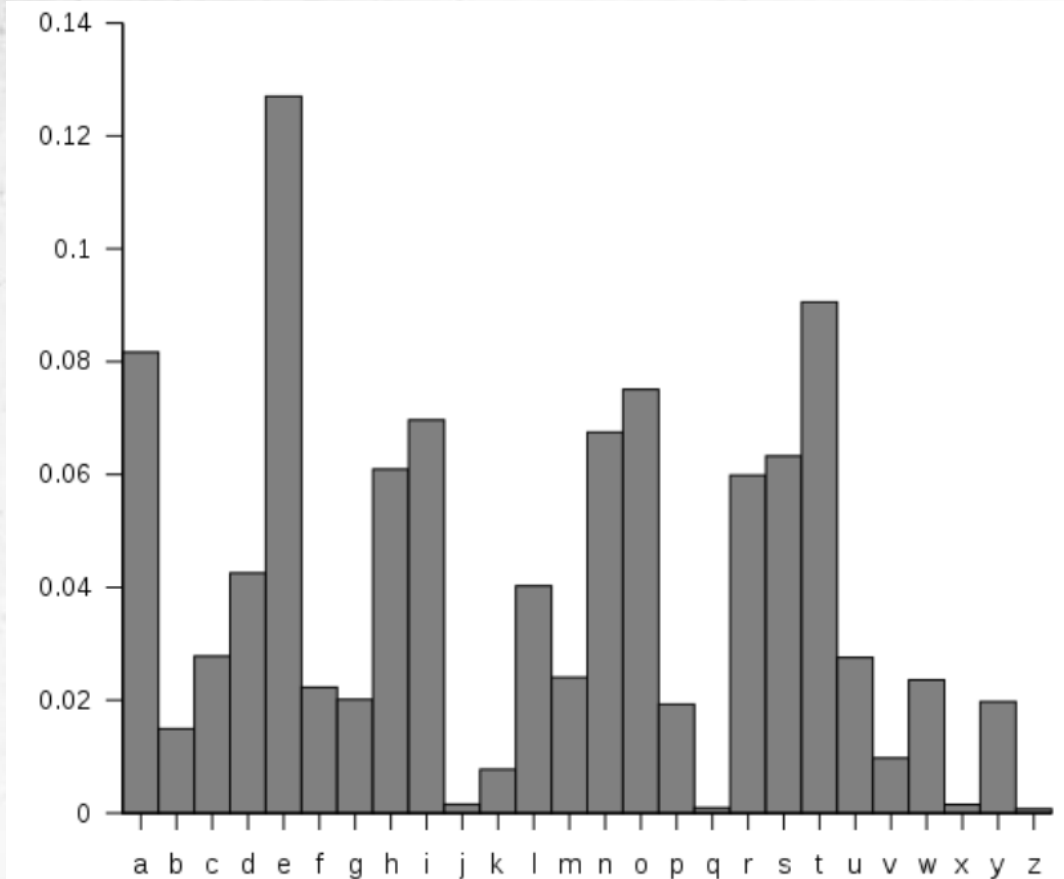
- jazyk otvoreného textu
- medzery, predložky, spojky ...
- opakované sekvencie, známe časti textu (začiatok, koniec)
- frekvencia výskytu znakov - frekvenčná analýza



PLÁN [OBNOVY]



Monoalfabetická substitúcia



- písmená podľa frekvencie
- krátke slová (THE, IS)

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d5/English_letter_frequency_%28alphabetic%29.svg





Kryptoanalýza

- COA (ciphertext only attack)
poznáme len šifrovaný text, algoritmus šifrovania a charakteristiku otvoreného textu
- KPA (known-plaintext attack)
poznáme aspoň jednu dvojicu otvoreného a šifrovaného textu
- CPA (chosen-plaintext attack)
môžeme si nechať niečo zašifrovať
- CCA (chosen-ciphertext attack)
môžeme si nechať niečo dešifrovať
- adaptívne varianty CPA a CCA





Kryptoanalýza

- postranné kanály (side channels attack)
- chyby v implementácii
- malware, spyware, ransomware ...
- sociálne inžinierstvo, phishing ...
- korupčná kryptoanalýza
- pendreková (rubber-hose) kryptoanalýza





Obrana pred frekvenčnou analýzou

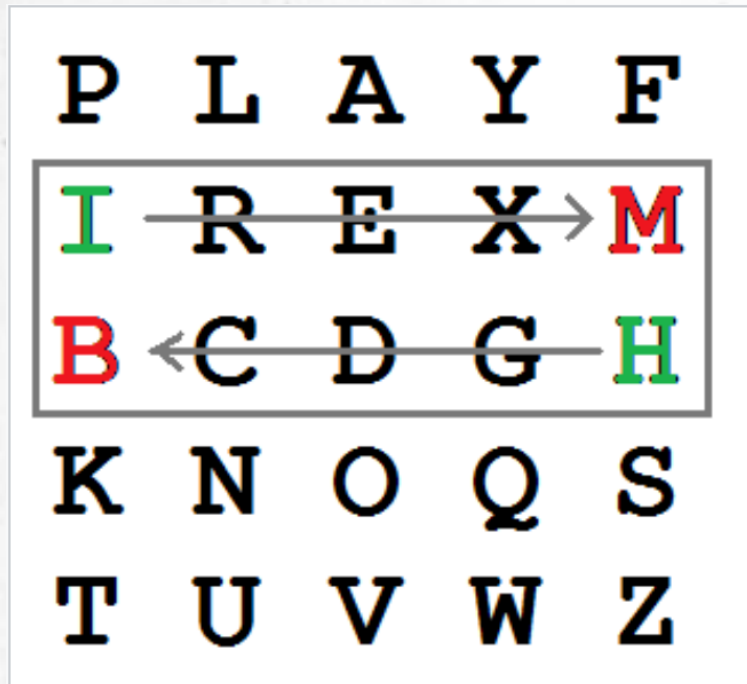
- homofónne šifry – monoalfabetické substitúcie, kde sa priradí frekventovaným znakom otvoreného textu náhodne jeden z viacerých znakov šifrovaného textu (napr. $e(E) \in \{X,Y\}$; $e(I) = e(J) = Z$; a pri dešifrovaní sa I a J rozlíši podľa kontextu)
- bigramové šifry – substitúcia po dvojiciach znakov (pri veľmi dlhom texte by mohla kryptoanalýze pomôcť frekvenčná analýza bigramov)
- polygramové a polyalfabetické šifry



Šifra Playfair

- bigramová šifra (Ch. Wheatstone 1854)

https://en.wikipedia.org/wiki/Playfair_cipher



th 1.52	en 0.55	ng 0.18
he 1.28	ed 0.53	of 0.16
in 0.94	to 0.52	al 0.09
er 0.94	it 0.50	de 0.09
an 0.82	ou 0.50	se 0.08
re 0.68	ea 0.47	le 0.08
nd 0.63	hi 0.46	sa 0.06
at 0.59	is 0.46	si 0.05
on 0.57	or 0.43	ar 0.04
nt 0.56	ti 0.34	ve 0.04
ha 0.56	as 0.33	ra 0.04
es 0.56	te 0.27	ld 0.02
st 0.55	et 0.19	ur 0.02



Lester Hill (1929)
polygramová šifra
(m-prvkové vektory
kódov znakov,
násobenie
maticami)

Hillova šifra

pre matice 2 x 2

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = (ad - bc)^{-1} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

príklad

$$k = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{HELP} \quad \begin{pmatrix} H \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L \\ P \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$e_k(p) = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \pmod{26}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 19 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

$$c = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 19 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} H \\ I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ T \end{pmatrix} \quad \text{HIAT}$$

$$d_k(e_k(p)) = 9^{-1} \begin{pmatrix} 5 & 23 \\ 24 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 20 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \pmod{26} \quad \dots \begin{pmatrix} H \\ E \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 20 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 19 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \end{pmatrix} \pmod{26} \quad \dots \begin{pmatrix} L \\ P \end{pmatrix}$$



Polyalfabetická šifra

využívajú viacero abecied

šifrovacia a dešifrovacia funkcia závisí aj od pozície znaku v texte

Abecedy	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
	G	X	D	U	N	Y	I	V	Z	P	B	S	F	C	J	M	L	O	T	W	H	A	K	Q	E	R
	H	Q	U	Y	E	R	J	G	L	I	M	D	Z	K	W	V	X	A	B	S	C	T	N	O	P	F

PT	K	R	Y	P	T	O	G	R	A	F	I	A	N	A	U	P	J	S	J	E	S	U	P	E	R	!
	B	O	E	M	W	J	I	O	G	Y	Z	G	C	G	H	M	P	T	P	N	T	H	M	N	O	
	M	A	P	V	S	W	J	A	H	R	L	H	K	H	C	V	I	B	I	E	B	C	V	E	A	

CT	B	A	E	V	W	W	I	A	G	R	Z	H	C	H	H	V	P	B	P	E	T	C	M	E	O	
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--



Vigenerova šifra

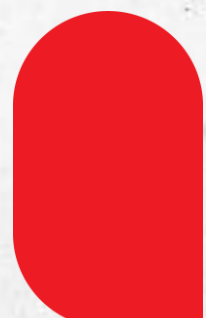
- Giovan Battista Bellaso (1553)
- tabula recta (Trithemius 1508)
- neskôr omylom pripísaná

Blaise de Vigenèrovi

posuvná šifra s posunom,
závislým od pozície znaku
v texte

posun určuje kľúčové slovo
(expandované na dĺžku
otvoreného textu)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y



Vigenerova šifra - kryptoanalýza

1. nájdeme dĺžku kľúča r

Kasiského metóda (1863, tiež Babbage 1846) vzdialenosti medzi opakujúcimi sa reťazcami znakov v šifrovom texte sú s veľkou pravdepodobnosťou násobkami dĺžky kľúča

2. nájdeme kľúč

stačí analyzovať postupnosti

$(Y_1 Y_{r+1} Y_{2r+1} Y_{3r+1} \dots), (Y_2 Y_{r+2} Y_{2r+2} Y_{3r+2} \dots), \dots, (Y_r Y_{2r} Y_{3r} \dots)$

šifrového textu pomocou frekvenčnej analýzy/vektormi pravdepodobností postupne nájdeme posuny, z ktorých rekonštruujeme kľúč





Kerckhoffs (1883) - La cryptographie militaire

- kryptografický systém je bezpečný, ak útočník nie je schopný dešifrovať text ani vtedy, keď dokonale pozná postup šifrovania

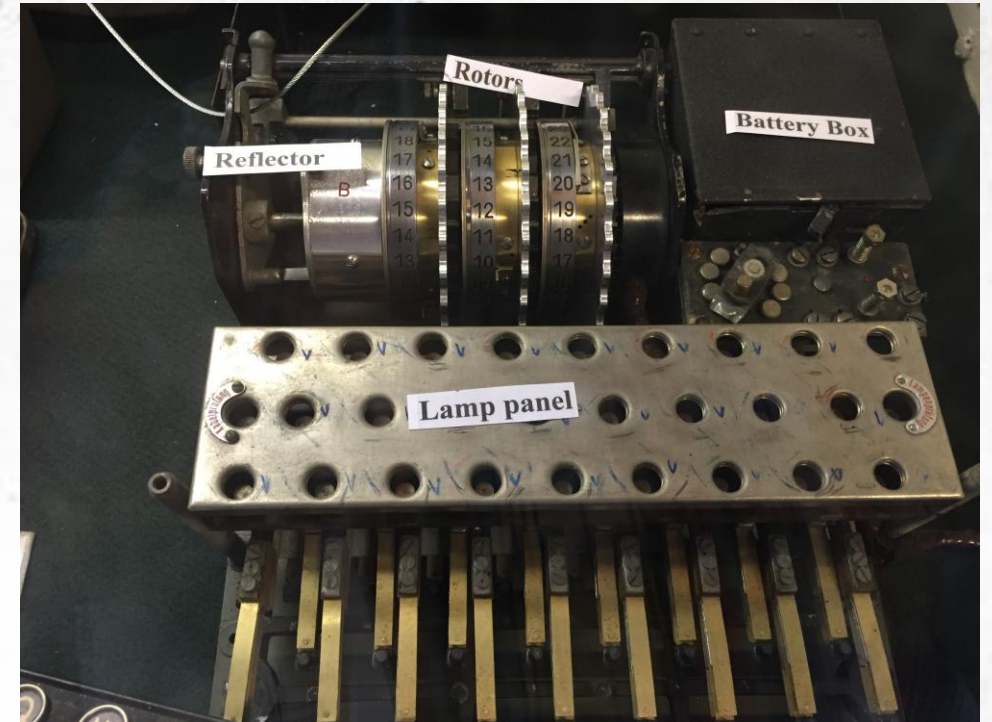
Dôvernoscť komunikácie je zabezpečená len znalosťou kľúča

- kľúč je zapamätateľný a ľahko modifikovateľný
- šifrovaný text je možné prenášať telegraficky
- šifrovacie/dešifrovacie zariadenia musia byť prenosné a ľahko použiteľné a nemali by vyžadovať od používateľa dodržiavanie dlhého zoznamu pravidiel
- systém by mal byť prakticky nedešifrovateľný



Enigma

- elektromechanický rotorový šifrátor
 - Arthur Scherbius (1918)
- komerčne dostupný (cca 100000 kusov)
- vojenské modely s rôznymi vylepšeniami
 - šifra prelomená tesne pred začiatkom vojny (30 rokov v utajení)



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/ba/Enigma_insides.agr.jpg





Transpozičné šifry

Šifrový text vznikne permutáciou (niektorých) znakov otvoreného textu (ak je text dlhý, možno ho rozdeliť na bloky podľa veľkosti permutácie)

- zápis otvoreného textu odzadu
- zápis textu do riadkov pevnej dĺžky a šifrovanie čítaním po stĺpcoch (scytale)
- stĺpcová transpozícia – pred čítaním stĺpce zamiešame
- permutačné mriežky (jednoduché zapamätanie permutácie – mechanické šifrovanie a dešifrovanie)

expanzná permutácia - zobrazenie znakov otvoreného textu na viacero miest šifrového textu (eliminácia použitia frekvenčnej analýzy a hľadania anagramov)



Šifra ADFGX

používaná v 1. svetovej vojne v nemeckej armáde

- kombinácia Polybiovho štvorca so stĺpcovou transpozíciou
- znaky šifrového textu – A D F G X – odlišný Morseho kódu (redukcia chýb)
- kľúč (napr. „VELMINAHODNE ABEZPECNEHESLO“) zapíšeme do Polybiovho štvorca (ako v Playfair šifre)



Šifra ADFGX

	A	D	F	G	X
A	V	E	L	M	I/J
D	N	A	H	O	D
F	B	Z	P	C	S
G	F	G	K	Q	R
X	T	U	W	X	Y

znaky otvoreného textu šifrujeme dvojicou indexu riadku a indexu stĺpca

K R Y P T O G R A F I A
 GF GX XX FF XA DGGD GX DD GA AX DD

S	U	P	E	R	E	P	R	S	U
G	F	G	X	X	X	G	X	G	F
X	F	F	X	A	X	F	A	X	F
D	G	G	D	G	D	G	G	D	G
X	D	D	G	A	G	D	A	X	D
A	X	D	D		D	D	X	A	X

a pokračujeme **stĺpcovou transpozíciou** s kľúčom SUPER

šifrový text (po stĺpcoch):

XXDGD GFGXD XAGAX GXDXA FFGDX





Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]

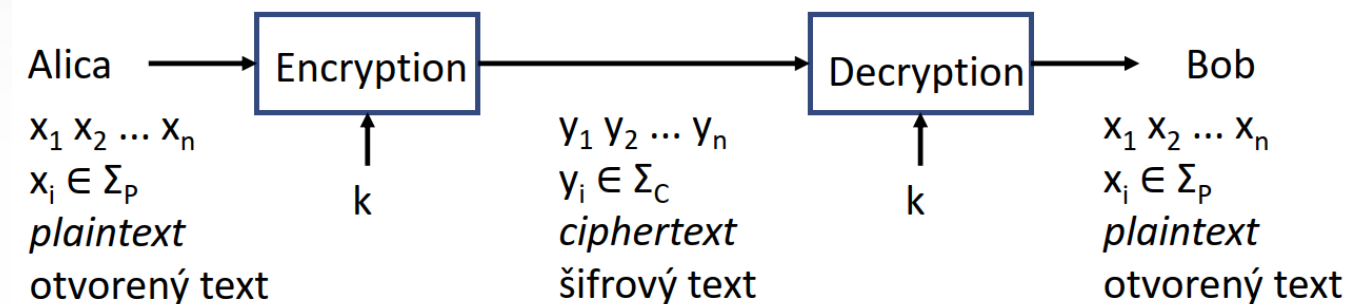


MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Symetrické algoritmy

Symetrické šifrovacie systémy

Na šifrovanie aj dešifrovanie sa používa ten istý kľúč



- **blokové**
správa sa rozdelí na bloky a šifruje sa naraz celý blok blokovou šifrou (teda pevnej veľkosti)
- **prúdové**
prúd bitov sa modulárne pripočíta (xor) k správe





bezpečnosť

dokázateľná bezpečnosť (provable security)

- problém nájdania kľúča je možné previesť na problém s dostatočnou zložitou, ktorý zatiaľ nevieme vyriešiť

výpočtová bezpečnosť (computational security)

- známe postupy na hľadanie kľúča nie sú v rozumnom čase známymi prostriedkami (konštrukčnými, energetickými, finančnými) uskutočniteľné





bezpodmienečná bezpečnosť (unconditional security)

- **perfect secrecy**
- pravdepodobnosť uhádnutia otvoreného textu ak poznáme šifrovaný text je rovnaká, ako keby sme ho nepoznali
- celý kľúč nemôže byť prelomený ani nekonečne veľkou výpočtovou silou
- *Shannon*: šifrovanie je bezpodmienečne bezpečné práve vtedy, ak každý kľúč je použitý s rovnakou pravdepodobnosťou a dĺžka kľúča aj textu je rovnaká
- *Vernam* 1917 (Vigenerova šifra)
- xor s náhodným a utajeným kľúčom použitý práve raz





Prúdové šifrovacie systémy

prúd - stream (pseudo)náhodne generovaný

- utajený kľúč (počiatočné nastavenie generátora – seed)
- nesmie sa použiť viackrát
- problémy s **integritou** !

negáciou bitov šifrovaného textu je možné cielene zmeniť bity v dešifrovanom texte





Prúdové šifrovacie systémy

TRNG (True random number generator)

hw riešenie (tepelný šum, kvantové javy, udalosti v PC)
na dešifrovanie preniesť ďalším bezpečným kanálom !

PRNG – generátory pseudonáhodných čísel

generovanie závisí (deterministicky) len od počiatočného nastavenia - kľúča (seed)

LFSR – lineárne posuvné registre so spätnou väzbou $s_n = (s_{n-1}a_{m-1} + \dots + s_{n-m+1}a_1 + s_{n-m}a_0) \bmod 2$

CSPRNG – kryptograficky bezpečné pseudonáhodných čísel

výstup nie je možné predikovať (dokázateľne) $b_{i+1} = b_i^2 \bmod pq$ $p \equiv q \equiv 3 \pmod{4}$
Blum-Blum-Shub generátor $s_{i+1} = b_{i+1} \bmod 2$





Prúdové šifrovacie systémy

TRNG (True random number generator)

hw riešenie (tepelný šum, kvantové javy, udalosti v PC)
na dešifrovanie preniesť ďalším bezpečným kanálom !

PRNG – generátory pseudonáhodných čísel

generovanie závisí (deterministicky) len od počiatočného nastavenia - kľúča (seed), perióda

LFSR – lineárne posuvné registre so spätnou väzbou $s_n = (s_{n-1}a_{m-1} + \dots + s_{n-m+1}a_1 + s_{n-m}a_0) \bmod 2$

CSPRNG – kryptograficky bezpečné pseudonáhodných čísel

výstup nie je možné predikovať (dokázateľne) Blum-Blum-Shub generátor

$$b_{i+1} = b_i^2 \bmod pq \quad p \equiv q \equiv 3 \pmod{4}$$
$$s_{i+1} = b_{i+1} \bmod 2$$





Prúdové šifrovacie systémy

- A5/1 (GSM)
- SNOW (3G)
- SNOW-V (5G)
- E0 (BlueTooth)
- RC4 (čipové karty/WEP, Rivest 1987)

EU CRYPT (2012) – HC-128, Rabbit, Salsa20, SOSEMANUK, Grain, MICKEY, Trivium
NIST (2019) – ASCON (IoT)



PLÁN [OBNOVY]



Symetrické šifrovacie systémy

- substitučné
- transpozičné

Shannon (1945) entropiu zvyšuje:

- **konfúzia**
 - zakrýva vzťah medzi kľúčom a šifrovaným textom
 - zmena v kľúči spôsobí zmenu CT na viacerých miestach
 - zobrazenie je nelineárne
- **difúzia**
 - zakrývajúce vzťah medzi otvoreným a šifrovaným textom
 - lavínový efekt



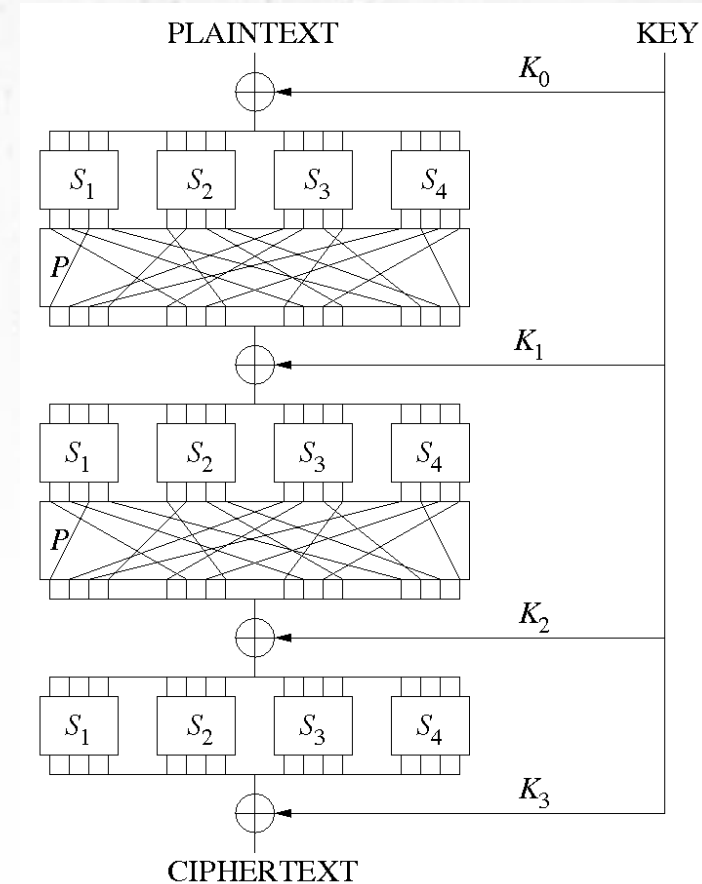
zloženie konfúzneho a difúzneho zobrazenia nie je komutatívne (záleží na poradí)



Substitučno – permutačné siete

substitučno-permutačné siete

- opakujú substitúciu (stále s iným kľúčom) a permutáciu vo viacerých kolách (round)
- účinnosť závisí od kvality:
 - substitučných blokov (S-boxov)
 - veľkosti permutácie (P-boxy)
- dešifrovanie – obrátený postup (s inverznými S-boxami)



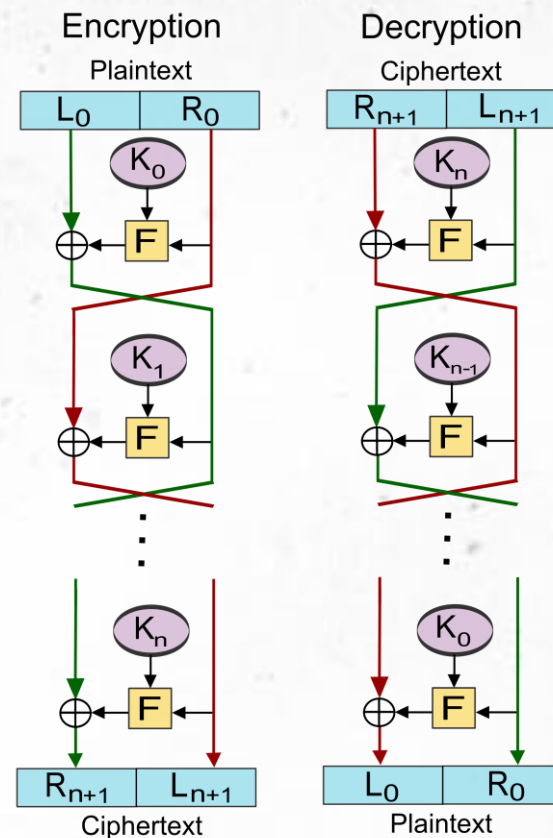
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cd/SubstitutionPermutationNetwork2.png>

Blokové symetrické šifry

Feistelova schéma (1973)

blok rozdelený na polovice, difúzia s opačnou polovicou bloku

- šifra Lucifer (IBM)
- DES (Digital Encryption Standard)
 - 64-bitový blok, 16 kôl
 - 4 slabé kľúče, 12 poloslabých
 - nehomomorfná šifra
 - 1977: 1 deň \$20mil, 2017: rainbow table za 25s
- 3DES (Triple DES) $C = DES_{k_3}(DES_{k_2}^{-1}(DES_{k_1}(P)))$
- DES-X $C = k_3 \oplus DES_{k_1}(P \oplus k_2)$
- Blowfish



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fa/Feistel_cipher_diagram_en.svg



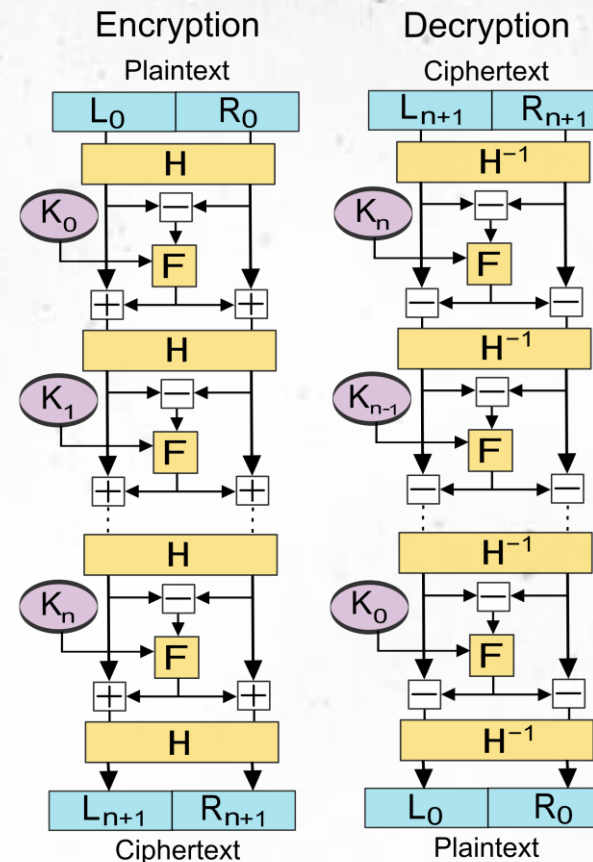
Blokové symetrické šifry

Lai-Massey schéma

Obehová funkcia sa však aplikuje na rozdiel medzi týmito dvoma časťami a výsledok sa potom pripočíta k obom polovičným blokom.

IDEA (1991 International Data Encryption Algorithm)

64-bitový blok, 128-bitový kľúč, 8 kôl



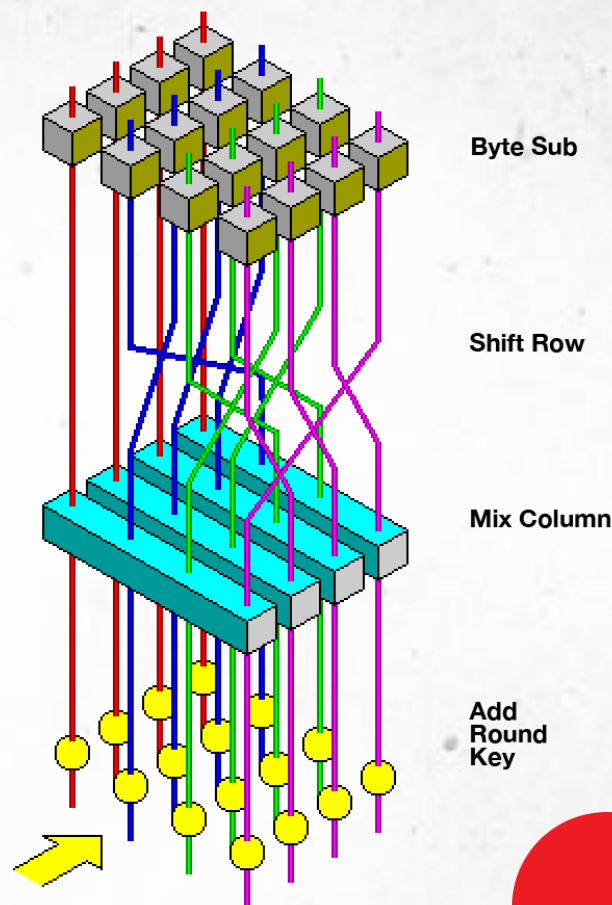
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4f/Lai_Massey_scheme_diagram_en.svg



Advanced Encryption Standard

NIST – 1997-2000 – konkurz na novú blokovú šifru

- 128 bitové bloky
- 128, 192, 256- bitové kľúče
- pre rôzne typy procesorov
- „lepší“ ako 3DES
- 1999 finalisti Pars, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish
- 2001 za AES bol vybratý **Rijndael** (Rijmen, Daemen)

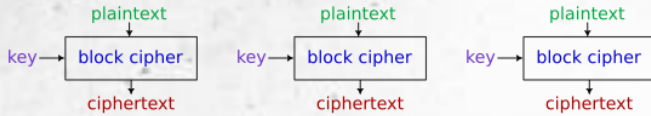


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/50/AES_%28Rijndael%29_Round_Function.png

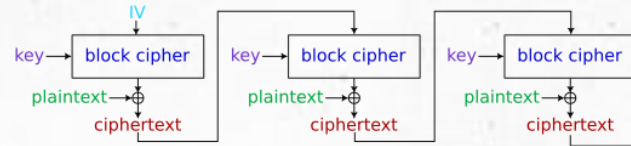


Režimy blokových šifíer

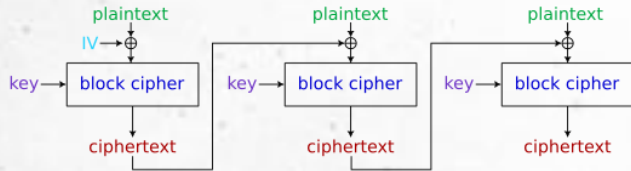
Electronic codebook (ECB)



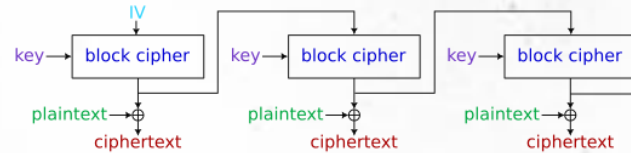
Cipher feedback (CFB)



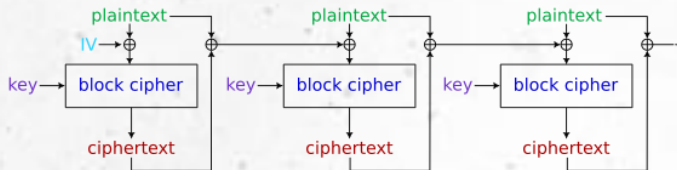
Cipher block chaining (CBC)



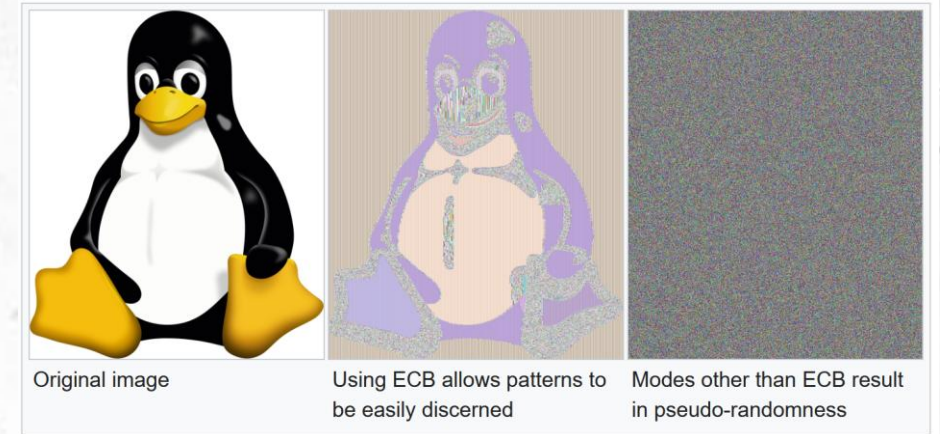
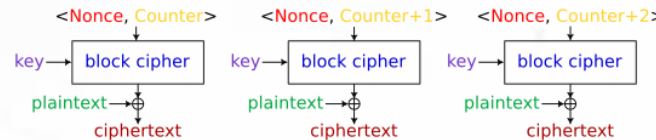
Output feedback (OFB)



Propagating cipher block chaining (PCBC)



Counter (CTR)



Original image

Using ECB allows patterns to be easily discerned

Modes other than ECB result in pseudo-randomness

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/96/Tux_encrypted_ecb.png

padding – doplnenie do veľkosti bloku

- *pkcs7* (...03 03 03)
- *iso7816* (...80 00 00)
- *x923* (...00 00 03)

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ef/BlockCipherModesofOperation.svg>





Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]



MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Asymetrické algoritmy

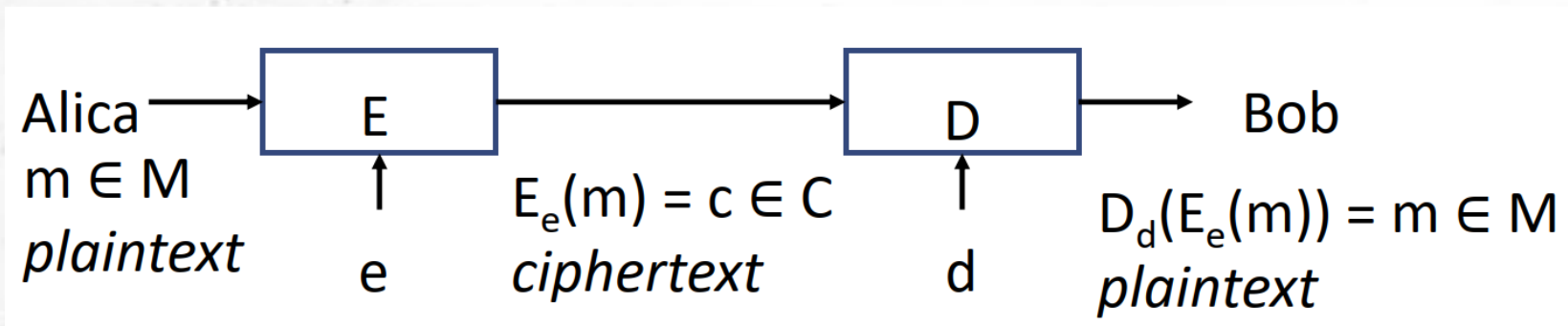
Kryptografické systémy s verejným kľúčom

symetrické šifrovanie – problém s kľúčmi (exponenciálny rast)

asymetrické šifrovanie – rozdelenie kľúča na 2 časti

e – verejný kľúč (public key) Boba (šifrovací)

d – súkromný kľúč (private key) Boba (dešifrovací)





Princíp asymetrickej kryptografie

pre šifrovaciu funkciu $E(e, m) = c$ je výpočet inverznej funkcie $E^{-1}(e, c) = m$ výpočtovo (algoritmicky dokázateľne) zložitý – **jednocestná** resp. jednosmerná funkcia (one-way)

na dešifrovanie existuje funkcia $D(d, c) = E^{-1}(e, c) = m$
„zadné vrátka“ (trapdoor) – len ak poznáme d

z e nie je možné jednoducho **vypočítať** d



PLÁN [OBNOVY]



RSA

Rivest, Shamir, Adleman (1977)

$$n = p \cdot q, \phi(n) = (p-1) \cdot (q-1), e < \phi(n), d = e^{-1} \pmod{\phi(n)}$$

- súkromný kľúč $d, \phi(n), p, q$
- verejný kľúč n, e

$$\begin{aligned} p=7, q=13, n = p \cdot q=91, e=5 \\ \phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = 6 \cdot 12 = 72 \\ d = e^{-1} \equiv 29 \end{aligned}$$

$$E_{n,e}(m) = m^e \pmod{n} = c$$

$$D_{n,d}(c) = c^d \pmod{n}$$

$$\begin{aligned} m = 3: \\ c = m^e = 3^5 = 243 \equiv 61 \pmod{91} \\ m = c^d = 61^{29} \equiv 3 \pmod{91} \end{aligned}$$



ElGamal

ElGamal (1985)

$$e = g^d \pmod{p}$$

- súkromný kľúč $d, \phi(n), p, q$
- verejný kľúč p, g, e

$$E_{p,g,e}(m) = [g^k \pmod{p}, (e^k \cdot m) \pmod{p}] = c, k - \text{náhodné}$$

$$D_{p,g,d}(c) = s \cdot r^{-d} \pmod{p}$$



Eliptické krivky

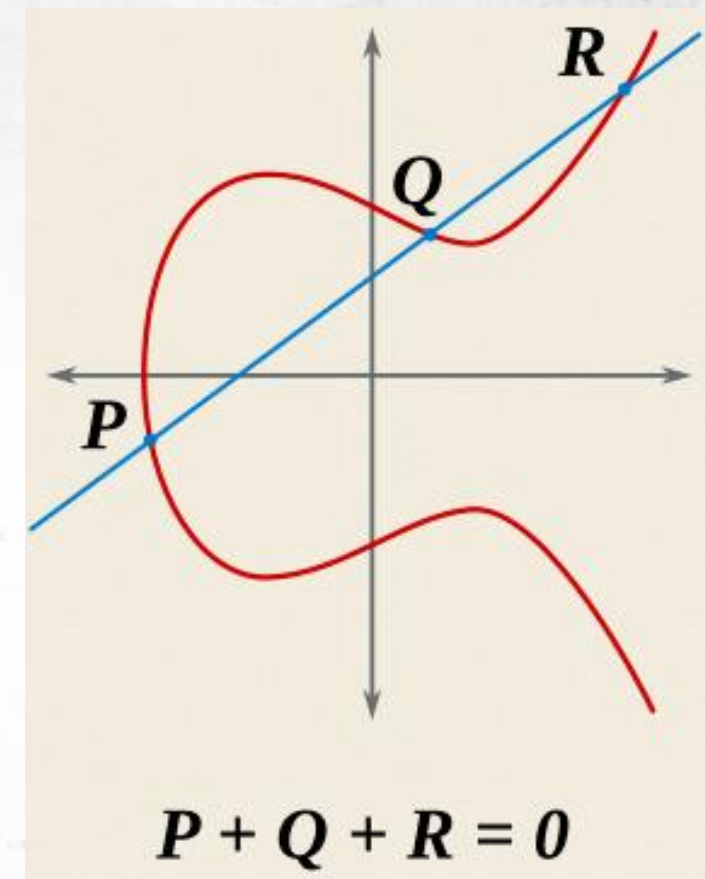
- 1985 Neal Koblitz, Victor S. Miller
- 1999 NIST F_p , F_{2^n}
- riešenia integrálnych rovníc pre výpočet osí elíps

- všeobecne v tvare

$$y^2 + a.x.y + b.y = x^3 + c.x^2 + d.x + e$$

- v kryptografii

$$y^2 = x^3 + a.x + b, (4a^3 + 27b^2 \neq 0)$$





Ekvivalentné dĺžky kľúčov

NIST SP 800-57

NIST Special Publication 800-57 Part 1

Revision 5

Recommendation for Key Management

Dnes sa šifruje symetricky

kľúčom dohodnutým asymetrickou šifrou

Security Strength	Symmetric Key Algorithms	FFC (DSA, DH, MQV)	IFC* (RSA)	ECC* (ECDSA, EdDSA, DH, MQV)
≤ 80	2TDEA	$L = 1024$ $N = 160$	$k = 1024$	$f = 160-223$
112	3TDEA ⁶⁸	$L = 2048$ $N = 224$	$k = 2048$	$f = 224-255$
128	AES-128	$L = 3072$ $N = 256$	$k = 3072$	$f = 256-383$
192	AES-192	$L = 7680$ $N = 384$	$k = 7680$	$f = 384-511$
256	AES-256	$L = 15360$ $N = 512$	$k = 15360$	$f = 512+$

<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/SpecialPublications/NIST.SP.800-57pt1r5.pdf>



PLÁN [OBNOVY]





Postkvantová kryptografia

faktorizáciu, DLP, ECDLP je možné riešiť polynomiálne pomocou kvantových počítačov (Shorov algoritmus)

postkvantová kryptografia - založená na problémoch s ťažkým riešením aj s použitím kvantových počítačov

- problémy v mrežových bodoch n-rozmerných priestorov
- lattice-based cryptography, LWE – learning with errors
- ring learning with errors (Ring-LWE)
- NTRU encryption (N-th degree truncated polynomial ring)
- multivariačná kryptografia
- kryptografia na báze autokorekčných kódov (McEliece)
- supersingulárne eliptické krivky

ML-KEM Kyber (512/768/1024 B)
CRYSTALS-Kyber (1632/800 B)
CRYSTALS-Dilithium (2528/1312 B)
SPHINCS
FALCON



PLÁN [OBNOVY]





Hešovacie funkcie

- **integrita** (celistvosť) správy – či nebola urobená zmena počas prenosu (uloženia)
- šifrovacie systémy zmeny neriešia ...
- správa ľubovoľnej dĺžky => charakteristický **odtlačok** pevnej dĺžky (fingerprint, message digest)
- **hešovacia funkcia** (hash) – obyčajné zobrazenie $h: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$
- kryptografická hešovacia funkcia (aby ju bolo možné využiť na zabezpečenie integrity správ)
 ťažko invertovateľná, odolná voči nájdeniu druhého vzoru, odolná voči kolíziám





Hešovacie funkcie

- MD5 (1991 Rivest) 128bit, 4 kolá, kolízie od 2008

09e5d37404e113060c4c23148fc6dd64

- SHA-1 (1995 NSA) 160bit, 4 kolá, kolízie od 2017

3b0bbd7b8aaa489bd129ab868a72c2959a43d81b

- SHA-2 (2001 NSA) 224/256/384/512bit, 64 kôl, *bitcoin*

668a6c9f0bafdf9f8fe77e4f56aceb700f30e9a02e24b07796228cd3ea7f6b28

- SHA-3 (2015) 224/256/384/512, 24 kôl

6978683b763a0b9e4a0fa97600a29c5537761283168382216c4d7207cc6465b2

- Whirlpool (2003) 512bit

e18ab746f51a0f64419b528465f10eb00ad6b72136c235cd66cd84942d8e284d
13755cf4949ca4678909ff2967fe7cab5ac47624a49249293f27fa99f7c51a01



PLÁN [OBNOVY]





Bezpečnostné ciele budovania informačnej bezpečnosti

bezpečnostné ciele, dosahované použitím kryptografických systémov a bezpečnostných mechanizmov ISO/IEC 27000

- **dôvernosť** (data confidentiality) = šifrovanie (asymetrická, symetrická kryptografia, blokové, prúdové šifry)
dôvernosť spojenia, jednotlivého bloku, časti správy, toku dát
- **celistvosť** (data integrity) = integritné schémy (MDC funkcie)
možnosť opravy, integrita časti správ, detekcia zámeny (replay)
- **pôvodnosť** (data authentication) = autentifikačné postupy (MAC funkcie)
pôvodnosť zdroja, identita komunikujúcich
- **nepopierateľnosť** (nonrepudiation) = digitálne podpisovacie schémy
nepopierateľnosť odosielateľa, príjemcu



PLÁN [OBNOVY]





Podpisovacie schémy

- asymetrickú kryptografiu je možné použiť na **podpisovanie**
 - z dokumentu sa vypočíta heš
 - súkromným kľúčom sa zašifruje heš
 - tento zašifrovaný podpis sa priloží k dokumentu
- **overenie** podpisu
 - vypočíta sa heš dokumentu
 - dešifruje sa heš z podpisu
 - obe hodnoty sa porovnajú

RSA

ElGamal

DSA (Digital Signature Algorithm)

ECDSA (ECC)

EdDSA (Edwards Curve)

ML-DSA (CRYSTALS-Dilithium)





Autentifikácia a autorizácia

identita – faktor identifikujúci jednoznačne osobu/zariadenie

znalosť (heslo)

vlastníctvo (preukaz, telefón, hw kľúč)

vlastnosť (biometria)

Ukladanie hesiel:

- otvorený text
- heš
- heš s náhodným reťazcom (soľou)
- viacnásobný heš

scrypt
bcrypt
Argon2
Balloon

autentifikácia resp. autentizácia (authentication) – preukázanie požadovaných faktorov identity v danom čase daným spôsobom

dvoj-/viac- faktorová

autorizácia – oprávnenie využiť službu, pristúpiť k objektu



PLÁN [OBNOVY]





Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]



MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Distribúcia verejných kľúčov



Dohoda na kľúči

- A3/A8 (GSM autentifikácia)
- Kerberos (ticket-ovací systém)
authentication server, ticket grantig server, service server
- Diffie-Hellmann
„namiešanie“ kľúča
(súkromný kľúč jednej strany a verejný kľúč druhej strany)
- Encrypted Key Exchange
zdieľané heslo





Certifikát

Ako sa ktokoľvek dozvie verejný kľúč Boba?

autenticita (pôvodnosť) verejných kľúčov

reťaz dôvery – prostredníctvom dôveryhodného verejného kľúča dôveryhodného subjektu

dôveryhodná autorita potvrdí verejný kľúč subjektu digitálnym podpisom správy, obsahujúcej verejný kľúč a identitu subjektu

certifikát – spája identitu subjektu s jeho verejným kľúčom

bezpečná distribúcia verejných kľúčov je základ súčasnej kryptografie

certifikáty udeľuje dôveryhodná **Certifikačná autorita**



PLÁN [OBNOVY]





Certifikát (www.upjs.sk)

Certificate

upjs.sk	GEANT TLS RSA 1	HARICA TLS RSA Root CA 2021
Subject Name		
Common Name	upjs.sk	
Issuer Name		
Country	GR	
Organization	Hellenic Academic and Research Institutions CA	
Common Name	GEANT TLS RSA 1	
Validity		
Not Before	Mon, 17 Nov 2025 06:36:29 GMT	
Not After	Tue, 17 Nov 2026 06:36:29 GMT	
Subject Alt Names		
DNS Name	upjs.sk	
DNS Name	www.upjs.sk	

Public Key Info

Algorithm	RSA
Key Size	2048
Exponent	65537
Modulus	86:3F:B1:E8:14:0F:95:5D:1F:85:E8:2B:8A:98:46:CB:C0:58:AA:DA:2D:1C:10:E7:DB:...

Miscellaneous

Serial Number	0C:DD:31:AC:49:22:57:02:4B:12:24:B8:DD:BD:2D:89
Signature Algorithm	SHA-256 with RSA Encryption
Version	3
Download	PEM (cert) PEM (chain)

Fingerprints

SHA-256	8B:61:5A:D3:D1:37:5C:B0:D1:A7:DB:21:6B:91:73:D0:5C:3E:F2:7C:9D:2F:6B:CB:91:...
SHA-1	E8:32:53:C2:96:E3:35:68:AE:7D:66:6B:B1:08:9A:D9:30:48:0B:3A

Key Usages

Purposes	Digital Signature, Key Encipherment
----------	-------------------------------------



PLÁN [OBNOVY]





Životný cyklus certifikátu X.509

- žiadosť a registrácia (registračná autorita)
- vydanie certifikátu
- platnosť
 - obnovenie (renew, rekey),
 - vypršanie platnosti (exspirácia),
 - odvolanie (revokácia)
 - CRL – zoznam odvolaných certifikátov
 - OCSP – online overenie certifikátu
- archivácia



PLÁN [OBNOVY]





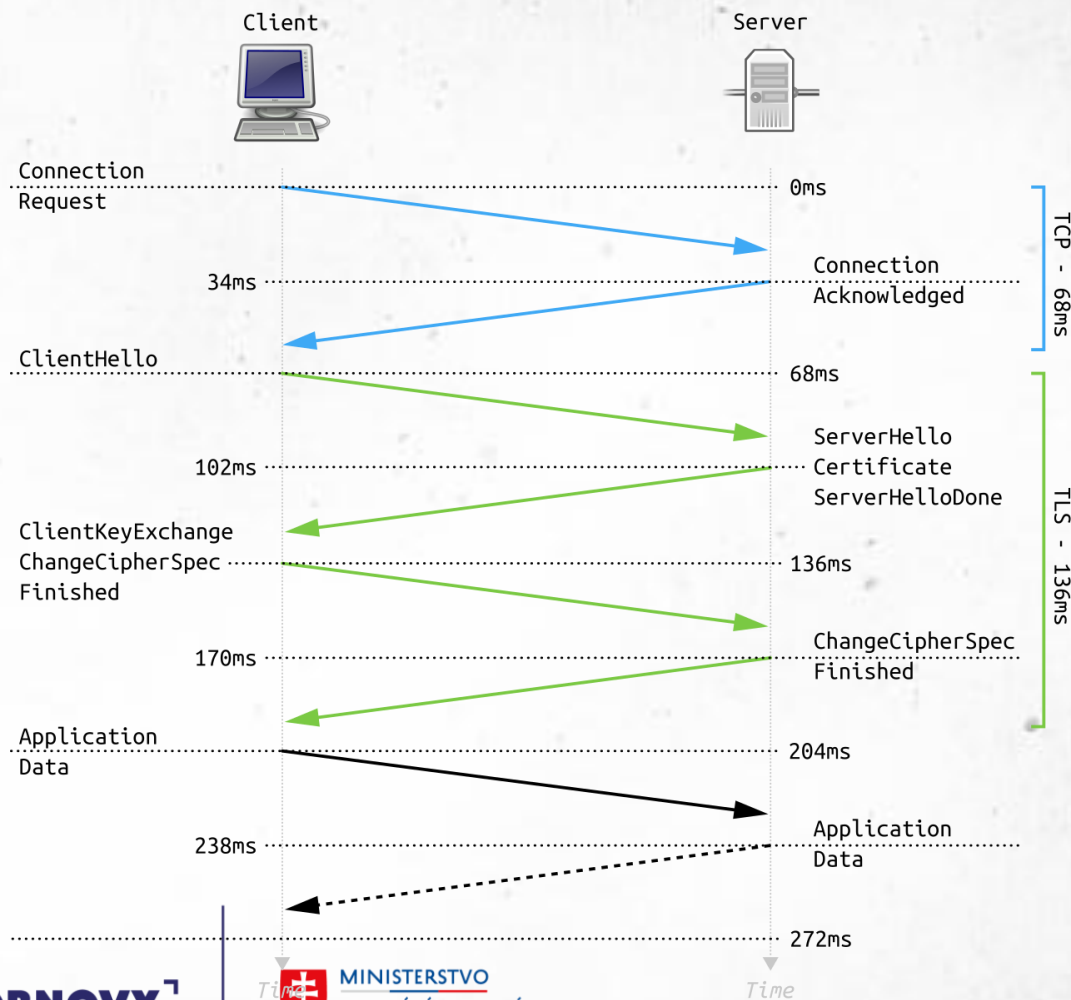
Prenos kľúča asymetrickou kryptografiou

- **Transport Layer Security**

nástupca SSL 3.0

verzia 1.2 (2008)

verzia 1.3 (2018)



Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]



MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY



Dohoda na kľúči

perfect forward secrecy

kompromitácia dlhodobých nespôsobí prezradenie dočasných kľúčov

STS (Station-to-Station) – Diffie-Hellmann s obojstrannou autentifikáciou (certifikátmi)

Key Encapsulation Mechanism

bezpečné vytvorenie a prenos krátkeho symetrického kľúča medzi dvoma stranami cez verejný kanál, kde odosielateľ použije príjemcov verejný kľúč

prenos kľúča kvantovou kryptografiou

prenos fotónov – polarizované vlnenie – cez polarizačný filter buď prejde celý, alebo neprejde vôbec



PLÁN [OBNOVY]





Financované
Európskou úniou
NextGenerationEU

PLÁN [OBNOVY]



MINISTERSTVO
INVESTÍCIÍ, REGIONÁLNEHO ROZVOJA
A INFORMATIZÁCIE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Ďakujem za pozornosť

 meno.priezvisko@upjs.sk

 <https://cyberawareness.sk>